

### التمرين الأول

تكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

(1) أ-- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب-- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$

ب-- أدرس الفرع اللانهائي لـ  $C_f$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي لـ  $C_f$  و المقارب المائل

(3) أ-- بين أن  $(\forall x \in D_f) \quad f'(x) = 1 + 3 \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) بين أن  $(\forall x \in D_f) \quad f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$  ثم أدرس تقعر المنحنى  $C_f$

(5) أرسم المنحنى  $C_f$

(6) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر  $m$  عدد حلول المعادلة

$$x^2 (|x| - m) - 4|x| + m = 0$$

### التمرين الثاني

تكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$

(1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

(2) بين أن  $C_f$  يقبل مقارب مائل  $(\Delta)$  محددًا معادلته

(3) أدرس الوضع النسبي لـ  $C_f$  و المقارب المائل  $(\Delta)$

(4) بين أن  $f'(x) = \frac{x(x-1)(x^2 + x + 4)}{(x^2 + 1)^2}$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(5) أنشئ المنحنى  $C_f$

(6) حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة  $x^3 - mx^2 + 2 - m = 0$

### التمرين الثالث

تكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x - 3}$

(1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  و أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$

(2) استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى  $C_f$

(3) أحسب المشتقة  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$

(1) أ-- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب-- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها

(2) أ-- أحسب الدالة المشتقة  $f'(x)$

ب-- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين الخامس

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بـ :  $f(x) = 3(x-1) + \frac{1}{(x-1)^3}$

(1) أ-- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب-- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$

(2) أ-- بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على  $D_f$  وأن :  $f'(x) = \frac{3(x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 2)}{(x-1)^4}$

ب-- استنتج تغيرات الدالة  $f$  على  $]1, +\infty[$

(3) بين أن النقطة  $A(1,0)$  مركز تماثل لـ  $C_f$

(4) بين أن  $C_f$  يقبل مجوار  $+\infty$  مقارب مائل محددًا معادلته

(5) أنشئ المنحنى  $C_f$

(6) حل مبيانًا المتراجحة  $f(x) - 3x + 2 \geq 0$

### التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}$

(1) أ-- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب-- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ-- بين أن  $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 2x + 3)}{(x^2 - x + 1)^2}$  ( $\forall x \in D_f$ )

ب-- استنتج تغيرات الدالة  $f$

(3) أ-- تحقق أن  $f(x) = x + 1 - \frac{1}{x^2 - x + 1}$  ( $\forall x \in D_f$ )

ب-- استنتج أن للمنحنى  $C_f$  مقارب مائل محددًا معادلته

ج-- أدرس الوضع النسبي لـ  $C_f$  و المقارب المائل

(4) أ-- بين أن  $f''(x) = \frac{-6x(x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$  ( $\forall x \in D_f$ )

ب-- أدرس تقعر المنحنى  $C_f$  محددًا احداثيات نقطتي الانعطاف

(5) أ-- أعط معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى  $C_f$  في النقطة  $a = 1$

ب-- أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بـ :  $f(x) = x \left( \frac{x-2}{x-1} \right)^2$

(1) أ-- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب-- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث  $D_f$

(2) أ-- حدد العددين  $a$  ;  $b$  بحيث :  $f(x) = ax + b - \frac{x-2}{(x-1)^2}$

ب-- أدرس الفرع اللانهائي ل  $C_f$  لجوار  $+\infty$  و  $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي ل  $C_f$  و المقارب المائل

(3) أ--  $(\forall x \in D_E) \quad f'(x) = \frac{(x-2)(x^2-x+2)}{(x-1)^3}$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

ج-- أعط معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى  $C_f$  في النقطة -2

(4) بين أن  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف محددًا إحداثياتها

(5) أنشئ المنحنى  $C_f$

### التمرين الثامن

$$\begin{cases} f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1} & : x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x^2+x-1}{x-1} & : x > 0 ; x \neq 1 \end{cases}$$

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $D = \mathbb{R} - \{1\}$  بما يلي :

(1) أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في النقطة 0

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى ( $C_f$ )

(3) أحسب  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) بين أن ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف على  $]-\infty, 0[$  محددًا إحداثياتها

(5) أرسم المنحنى ( $C_f$ )

### التمرين التاسع

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}} & : x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x+3} & : x > 0 \end{cases}$$

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

(1) أ- بين أن  $f$  تقبل نهاية في 0

ب- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في النقطة 0

(2) أ- أحسب نهايات  $f$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى ( $C_f$ ) عند  $-\infty$

(3) أحسب  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أرسم المنحنى ( $C_f$ )